

Egzamin maturalny z matematyki (maj 2019)
Poziom Podstawowy

Zad. 1 (1 pkt)

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Zad. 2 (1 pkt)

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

- A. 14 cyfr B. 15 cyfr C. 16 cyfr D. 30 cyfr

Zad. 3 (1 pkt)

W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

- A. 1% B. 25% C. 33% D. 75%

Zad. 4 (1 pkt)

Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

- A. $a = \frac{11}{20}$ B. $a = \frac{8}{9}$ C. $a = \frac{9}{8}$ D. $a = \frac{20}{11}$

Zad. 5 (1 pkt)

Para liczb $x = 2$ i $y = 2$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax + y = 4 \\ -2x + 3y = 2a \end{cases}$ dla

- A. $a = -1$ B. $a = 1$ C. $a = -2$ D. $a = 2$

Zad. 6 (1 pkt)

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} = 0$

- A. ma trzy różne rozwiązania: $x = 1, x = 3, x = -2$.
B. ma trzy różne rozwiązania: $x = -1, x = -3, x = 2$.
C. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1, x = -2$.
D. ma dwa różne rozwiązanie: $x = -1, x = 2$.

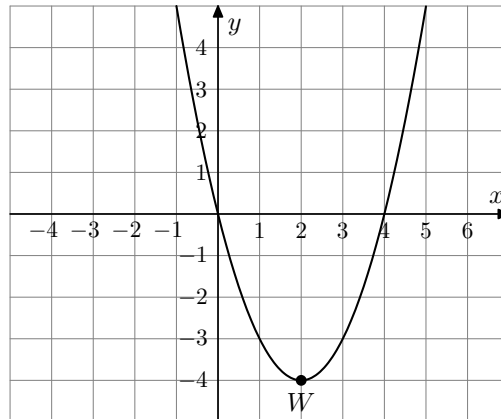
Zad. 7 (1 pkt)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 3(x+1) - 6\sqrt{3}$ jest liczba

- A. $3 - 6\sqrt{3}$ B. $1 - 6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3} - 1$ D. $2\sqrt{3} - \frac{1}{3}$

Informacja do zadań 8. – 10.

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, -4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .



Zad. 8 (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty, 0)$ B. $\langle 0, 4 \rangle$ C. $\langle -4, +\infty \rangle$ D. $\langle 4, +\infty \rangle$

Zad. 9 (1 pkt)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$ jest równa

- A. -3 B. -4 C. 4 D. 0

Zad. 10 (1 pkt)

Ośią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

- A. $y = -4$ B. $x = -4$ C. $y = 2$ D. $x = 2$

Zad. 11 (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 7$ i $a_8 = -49$. Suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -168 B. -189 C. -21 D. -42

Zad. 12 (1 pkt)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

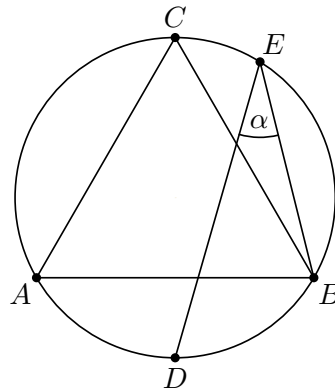
Zad. 13 (1 pkt)

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

- A. $\cos \alpha = \frac{5}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{9}{25}$ D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

Zad. 14 (1 pkt)

Punkty D i E leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC (zobacz rysunek). Odcinek CD jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany DEB ma miarę α .

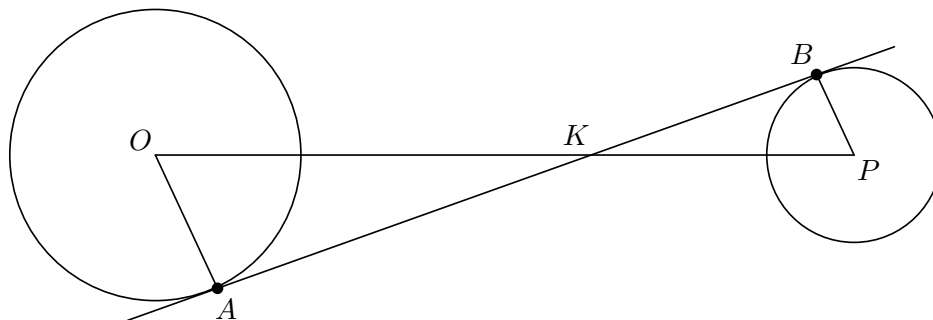


Zatem

- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha < 30^\circ$ C. $\alpha > 45^\circ$ D. $\alpha = 45^\circ$

Zad. 15 (1 pkt)

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).



Wtedy

- A. $|OK| = 6$ B. $|OK| = 8$ C. $|OK| = 10$ D. $|OK| = 12$

Zad. 16 (1 pkt)

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym 150° . Pole tego rombu jest równe

- A. 8 B. 12 C. $8\sqrt{3}$ D. 16

Zad. 17 (1 pkt)

Proste o równaniach $y = (2m + 2)x - 2019$ oraz $y = (3m - 3)x + 2019$ są równoległe, gdy

- A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 5$

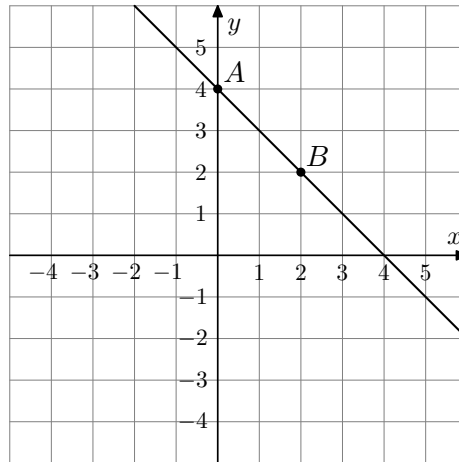
Zad. 18 (1 pkt)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = (\frac{1}{2}, 0)$, gdy

- A. $a = -4$ i $b = -2$ B. $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{8}$ C. $a = -4$ i $b = 2$ D. $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{2}$

Zad. 19 (1 pkt)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f . Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A = (0, 4)$ i $B = (2, 2)$.



Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

- A. $g(x) = x + 4$ B. $g(x) = x - 4$ C. $g(x) = -x - 4$ D. $g(x) = -x + 4$

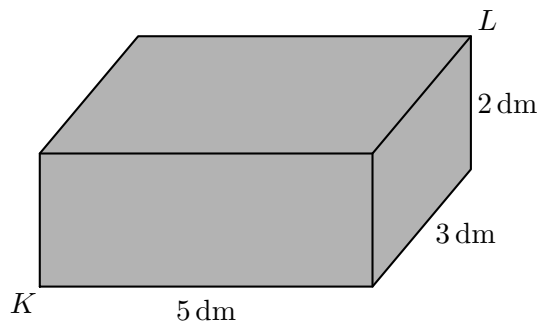
Zad. 20 (1 pkt)

Dane są punkty o współrzędnych $A = (-2, 5)$ oraz $B = (4, -1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku AB jest równa

- A. 12 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

Zad. 21 (1 pkt)

Pudełko w kształcie prostopadłościanu ma wymiary $5 \text{ dm} \times 3 \text{ dm} \times 2 \text{ dm}$ (zobacz rysunek).



Przekątna KL tego prostopadłościanu jest – z dokładnością do $0,01 \text{ dm}$ – równa

- A. $5,83 \text{ dm}$ B. $6,16 \text{ dm}$ C. $3,61 \text{ dm}$ D. $5,39 \text{ dm}$

Zad. 22 (1 pkt)

Promień kuli i promień podstawy stożka są równe 4. Pole powierzchni kuli jest równe polu powierzchni całkowitej stożka. Długość tworzącej stożka jest równa

- A. 8 B. 4 C. 16 D. 12

Zad. 23 (1 pkt)

Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, a , 16, 25, jest równa 14. Zatem

- A. $a = 7$ B. $a = 12$ C. $a = 14$ D. $a = 20$

Zad. 24 (1 pkt)

Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

- A. 12 B. 36 C. 162 D. 243

Zad. 25 (1 pkt)

W pudełku jest 40 kul. Wśród nich jest 35 kul białych, a pozostałe to kule czerwone. Prawdopodobieństwo wylosowania każdej kuli jest takie samo. Z pudełka losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy kulę czerwoną, jest równe

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{40}$ D. $\frac{1}{35}$

ZADANIA OTWARTE

Zad. 26 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $(x^3 - 8)(x^2 - 4x - 5) = 0$.

Zad. 27 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $3x^2 - 16x + 16 > 0$.

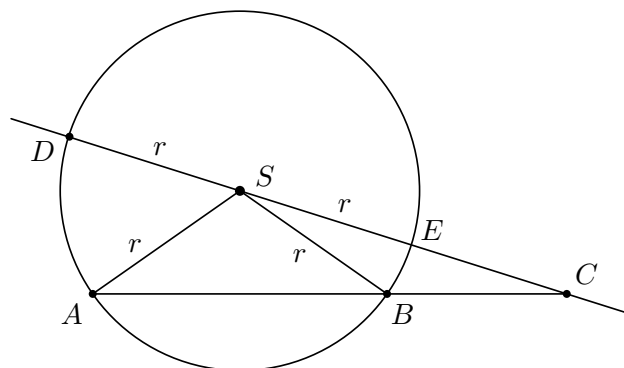
Zad. 28 (2 pkt)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0$$

Zad. 29 (2 pkt)

Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r . Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α , to miara kąta ASD jest równa 3α .

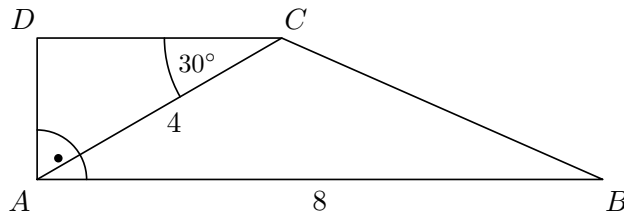


Zad. 30 (2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Zad. 31 (2 pkt)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



Zad. 32 (4 pkt)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, jest równa 16.

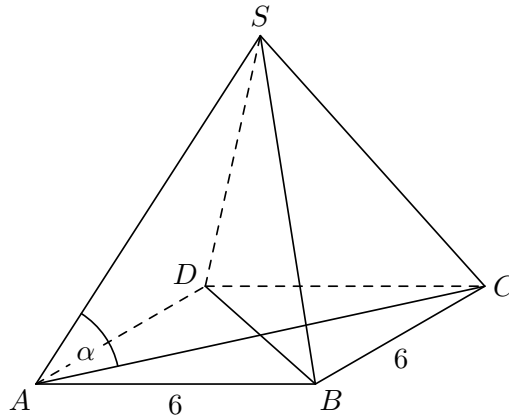
- a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
- b) Oblicz liczbę k , dla której $a_k = -78$.

Zad. 33 (5 pkt)

Dany jest punkt $A = (-18, 10)$. Prosta o równaniu $y = 3x$ jest symetralną odcinka AB . Wyznacz współrzędne punktu B .

Zad. 34 (5 pkt)

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α .



Odpowiedzi

| | | | | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Zad. 1 A | Zad. 2 B | Zad. 3 B | Zad. 4 D | Zad. 5 B | Zad. 6 C | Zad. 7 C | Zad. 8 C | Zad. 9 D |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

| | | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Zad. 10 D | Zad. 11 A | Zad. 12 A | Zad. 13 D | Zad. 14 A | Zad. 15 C | Zad. 16 A | Zad. 17 D |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|

| | | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Zad. 18 B | Zad. 19 C | Zad. 20 C | Zad. 21 B | Zad. 22 D | Zad. 23 B | Zad. 24 C | Zad. 25 A |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|

| | | | | | |
|----------------------------|--|---------------------|---------------------|---|--------------------------------|
| Zad. 26 2, -1, 5 | Zad. 27 $(-\infty, 1\frac{1}{3}) \cup (4, \infty)$ | Zad. 28 - | Zad. 29 - | Zad. 30 $P(A) = \frac{9}{25}$ | Zad. 31 $2\sqrt{17}$ |
|----------------------------|--|---------------------|---------------------|---|--------------------------------|

| | | |
|---|---|--|
| Zad. 32 Odp. $a_1 = 26, k = 27$ | Zad. 33 Odp. $B = (20\frac{2}{5}, -2\frac{4}{5})$ | Zad. 34 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ |
|---|---|--|